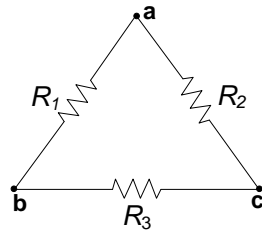


Elektrotehnika i elektronika
obe grupe
 završni ispit - (oktobar 2012)

Teorijska pitanja:

P1. Šta je polarizacija dielektrika [1] i kako se definiše vektor polarizacije \mathbf{P} [1]. Generalisani Gausov zakon [1]. Nacrtati sliku, obeležiti sve potrebne veličine i izvesti izraz za kapacitivnost pločastog vazdušnog kondenzatora [2].

P2. Definisati stacionarno strujno polje [1]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [1]. Odrediti ekvivalentnu otpornost između tačaka R_{ab} [2] i R_{bc}



[2] za otpornu mrežu sa slike, ako je $R_1=5[\text{K}\Omega]$, $R_2=10[\text{K}\Omega]$ i $R_3=15[\text{K}\Omega]$.

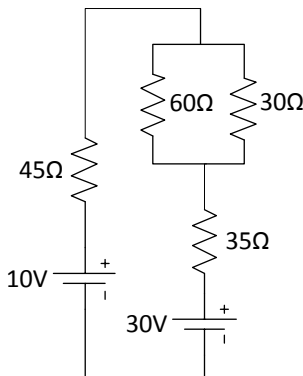
P3. Definisati pojam sopstvene [1] i međusobne induktivnosti [1]. Zakon o konzervaciji magnetnog fluksa [1].

P4. Za ustaljeni prostoperiodični režim: definisati aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu potrošača [2]; iskazati uslov prilagođenja prijemnika po snazi generatoru [1]; iskazati uslov fazne rezonancije prijemnika [1].

Zadaci:

Z1. Oko tanke, usamljene, metalne sfere poluprečnika $R=1[\text{cm}]$ naelektrisane količinom naelektrisanja $Q=10[\text{nC}]$ nalazi se sloj homogenog dielektrika debljine $d=5[\text{cm}]$, relativne dielektrične permitivnosti $\epsilon_r=4$, koji je koncentrično postavljen u odnosu na sferu. Sredina je vakuum. Odrediti:

- Vektore dielektričnog pomeraja [2] i jačine elektrostatičkog polja u čitavom prostoru [2].
- Potencijal [2] i kapacitivnost metalne sfere [1].
- Površinsku gustinu slobodnog naelektrisanja na sferi [2].



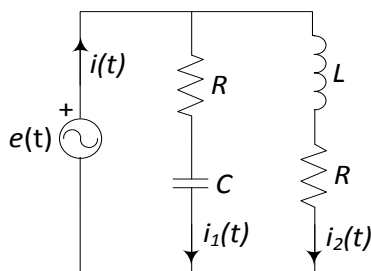
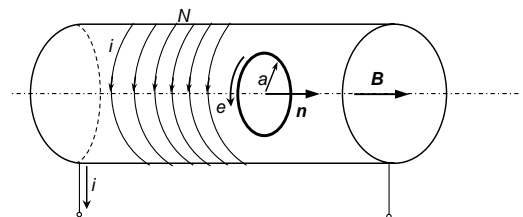
Z2. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike levo odrediti:

- Smer i jačinu struje kroz otpornik od 45Ω [2],
- napon na otporniku od 60Ω [1],
- termičku disipaciju na otporniku od 30Ω [2],
- snagu baterije od 10V [2].

Z3. Tanak solenoid dužine $d=40[\text{cm}]$ ima $N=300$ ravnomerno i gusto namotanih zavojaka sa strujom $i(t) = 1\sin(100\pi t)[\text{A}]$. U

sredini solenoida nalazi se

kružno kolo poluprečnika $a=2[\text{cm}]$, kao na slici. Odrediti indukovanu elektromotornu silu $e(t)$ u odnosu na zadati referentni smer u kružnom kolu [7].



Z4. U mreži na slici vlada ustaljeni prostoperiodični režim. Odrediti:

- trenutne vrednosti struja $i(t)$ [2], $i_1(t)$ [2] i $i_2(t)$ [2].
- aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu mreže [3].

Podaci: $e=100\sqrt{2} \cdot \sin(10^4 \cdot t)[\text{V}]$, $R=100[\Omega]$, $L=10[\text{mH}]$ i $C=1[\mu\text{F}]$.

P2. $R_{ab} = R_1 \parallel (R_2 + R_3) = 5 \parallel 25 = 5 \cdot 25 / (5 + 25) = 125 / 30 = 25 / 6 \text{ K}\Omega$

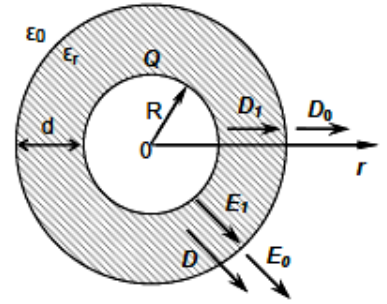
$R_{bc} = R_3 \parallel (R_1 + R_2) = 15 \parallel 15 = 15 \cdot 15 / (15 + 15) = 225 / 30 = 45 / 6 \text{ K}\Omega$

Z1. granični uslovi: $\mathbf{D}_{1n} = \mathbf{D}_{0n} \wedge (\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_{1n} \wedge \mathbf{D}_0 = \mathbf{D}_{0n}) \Rightarrow \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_0 = \mathbf{D}$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{slobodno}} \cdot D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2}, \quad r \geq R,$$

$$E_1(r) = \frac{D(r)}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad R \leq r \leq R + d, \text{ u dielektriku, odnosno}$$

$$E_0(r) = \frac{D(r)}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad R + d \leq r \leq \infty, \text{ u vakuumu. Unutar sfere: } \mathbf{E} = \mathbf{D} = 0, \text{ za } r < R.$$



Potencijal metalne sfere $V_s = V(r = R) = \int_{r=R}^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_R^{R+d} \mathbf{E}_1(r) \cdot d\mathbf{r} + \int_{R+d}^{\infty} \mathbf{E}_0(r) \cdot d\mathbf{r}$

$$V_s = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \int_R^{R+d} \frac{dr}{r^2} + \int_{R+d}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \right] = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) + \frac{1}{R+d} \right] = 3375 [\text{V}]$$

$$C = \frac{Q}{V_s} = 2.96 [\text{pF}], \quad \sigma_0 = Q/S = Q/(4\pi a^2) = 10 \cdot 10^{-9} / [4\pi \cdot 10^{-4}] = 10^{-4} / 4\pi \approx 8 [\mu\text{C}/\text{m}^2]$$

Z2. Ukupan otpor kola je $R_U = 45 + 60 \parallel 30 + 35 = 70 + \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} = 80 + 20 = 100 \Omega$. Struja kroz

otpornik od 45Ω je $I = \frac{30 - 10}{R_U} = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ A}$. Napon na otporniku od 60Ω (i od 30Ω) je

$U_{60} = (30 \parallel 60) \cdot I = 20 \Omega \cdot 0.2 \text{ A} = 4 \text{ V}$. Termička disipacija na otporniku od 30Ω je $P_{J30} = U_{30}^2 / 30 = 4^2 / 30 = 533 \text{ mW}$. Snaga baterije od 10 V je $P_{10V} = -10I = -10 \cdot 0.2 = -2 \text{ W}$, zbog smjera struje kola I .

Z3. Magnetna indukcija u tankom solenoidu je

$$B(t) = \frac{\mu_0 N i(t)}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 300 \cdot \sin(100\pi t)}{4 \cdot 10^{-1}} = 3\pi \cdot 10^{-4} \sin(100\pi t) [\text{T}]. \text{ Fluks kroz namtaj je:}$$

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S \cdot \cos \angle(\mathbf{B}, \mathbf{n}) = B \cdot \pi a^2 = 3\pi \cdot 10^{-4} \cdot \sin(100\pi t) \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 12\pi^2 \cdot 10^{-8} \sin(100\pi t) [\text{Wb}]$$

Indukovana ems u kružnom kolu za referentni smer sa slike je:

$$e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{\mu_0 N \pi a^2}{d} \cdot \frac{di(t)}{dt} = -12\pi^2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{d}{dt} \sin(100\pi t) = -12\pi^2 \cdot 10^{-8} \cdot 100\pi \cos(100\pi t)$$

$$e(t) = -12\pi^3 \cdot 10^{-8} \cdot 100 \cos(100\pi t) = -372 \cos(100\pi t) [\mu\text{V}].$$

Z4. a) $\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_C + Z_R}, \quad \bar{Z}_C + \bar{Z}_R = \frac{1}{j\omega C} + R = \frac{1}{j10^4 \cdot 10^{-6}} + 100 = 100 - j100 = 100\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_C + Z_R} = \frac{100}{100\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} [\text{A}] \Rightarrow i_1(t) = 1 \cdot \sin(10^4 t + \pi/4) [\text{A}]$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_L + Z_R}, \quad \bar{Z}_L + \bar{Z}_R = j\omega L + R = j10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + 100 = 100 + j100 = 100\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_L + Z_R} = \frac{100}{100\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{4}} [\text{A}] \Rightarrow i_1(t) = 1 \cdot \sin(10^4 t - \pi/4) [\text{A}]$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} 2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow i(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^4 t) [\text{A}],$$

$$b) \bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 100 [\text{VA}] \Rightarrow P = 100 [\text{W}], Q = 0 [\text{VAr}], S = 100 [\text{VA}].$$